

基于径向基函数的图像修复技术[◆]

周廷方^{1,2}, 汤锋¹, 王进¹, 王章野¹, 彭群生^{1,2}

¹ (浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江, 杭州, 310027)

² (浙江大学数学系, 浙江, 杭州, 310027)

E-mail: {tfzhou; tang; jwang; zywang; peng}@cad.zju.edu.cn



图 1: 马车 带有大量文字 (20 号字体) 的图片 (左) 及本文算法恢复结果 (右)

摘要 图像修复是指恢复图像中破损区域的颜色信息或者去除图像中的多余物体。本文提出了一个新的基于径向基函数的图像修复算法, 由用户交互地指定需要修复的区域, 算法自动地计算破损区域的轮廓并沿轮廓法向扩张, 确定合适的径向基函数重构区域, 将该区域内图像的颜色值看作规则采样点上的高度场, 把二维图像修复问题转化为三维散乱点重建问题, 利用径向基函数曲面重建的优势来修补破损的图像。实验表明, 该算法能正确、稳定地处理各种破损区域。

关键词 图像修复, 径向基函数, 图像重建

1 引言及相关工作

图像修复技术 (Inpainting) 是当前计算机图形学和计算机视觉中的一个研究热点, 在文物保护、影视特技制作、虚拟现实、多余物体剔除 (如视频图像中删除部分人物、文字、小标题等) 等方面有着重大的应用价值, 如图 1 中带有大量文字的图像经过修复之后得到了原来的图像。早在文艺复兴时期, 人们就开始修复一些中世纪的艺术品, 其目的在于通过填补一些裂缝来使画面恢复原貌, 这一工作就称之为“*Inpainting*”(修复, 润饰)或称“*Retouching*”[1]。虽然目前采用某些图像处理软件亦可达到近似的效果, 但是通常涉及复杂的手工交互。

Bertalmio[1][2]等采用偏微分方程的方法进行图像修复, 取得了较好的效果。用户需指定需要修复的区域, 该算法将图像分为三个独立的通道, 对每个通道, 算法将待修补的区域边界的等值线(isophotes)外部的信息沿轮廓法向扩散到中间待修补的像素上。该算法用 2D Laplacian[3]方法估计局部颜色的光滑度, 利用这个光滑度沿着等值线扩散, 考虑了各向异性的扩散[4], 以保证边缘处的边界连续, 但该方法计算不稳定。Chan等提出了整体变分方法(TV, Total Variational)[5]和基于曲率的扩散模型(CDD, Curvature-Driven Diffusion)[6]。整体变分方法采用了欧拉-拉格朗日方程和各向异性的扩散, CDD方法是整体变分方法的一种扩展, 在扩散过程中考虑了轮廓的几何信息(曲率), 可以处理较大的区域, 但边界处往

◆ 收稿日期: 2004-04-05;

基金项目: 国家重点基础研究发展规划 973 项目 (2002CB312101); 国家自然科学基金重点项目 (60033010)。

作者简介: 周廷方 (1980-), 男, 硕士研究生, 主要研究领域为图像重建、三维散乱数据重建; 汤锋 (1978-), 男, 硕士, 主要研究领域为真实感图形、人脸识别和图像处理; 王进 (1971-), 男, 博士, 主要研究领域为人脸表情动画和计算机视觉; 王章野 (1965-), 男, 博士, 副教授, 主要研究领域为真实感图形、红外成像仿真、多光谱图像信息处理、虚拟现实; 彭群生 (1947-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为真实感图形、虚拟现实、红外成像仿真、基于点的造型与绘制、科学计算可视化等。

往很模糊。Oliveira[7]利用了高斯卷积核对图像进行滤波，能快速地修复破损区域，但该算法仅考虑了破损区域边缘一周的图像颜色值，使得其仅适用于破损区域为2-3个像素宽度的情形。Criminisi[8]采用了纹理合成的方法，能较好地去除图像中的大块污斑，但修复效果往往不够理想。鉴于以上方法均采用图像处理的方法修复破损区域，本文提出了一种全新的思路，将图像处理的问题转化为三维曲面重建问题，利用径向基函数在曲面重建中的优势进行图像修复。

径向基函数 (Radial Basis Functions, 简称 RBF) 在散乱点 (尤其是带噪声, 数据不完整) 重建和医学重建中取得了非常好的效果[9-10]。该算法实质上是一个内查/外插过程, 通过一系列非均匀的离散采样点构建出连续的隐式函数, 重建时只需要对该函数进行重采样即可插值出破损的区域[8]。

本文提出了一个新的基于径向基函数的图像修复算法, 能准确、鲁棒地处理相对较大的破损区域。我们把二维图像看成矩形域上均匀采样的高度场, 将图像上每个点的颜色值看成高度场中该点的高度值, 这样一张图像就张成以颜色为高度的三维空间曲面, 而图像中的破损或者划痕区域就成为曲面上的空洞, 因此, 图像空间中的破损区域修复就转换成三维曲面的局部重建问题。径向基函数提供了一种鲁棒的散乱点重建算法, 基于多项式调和样条的能量最小化的特性, 该方法能光滑的重构出丢失的信息。与传统的采用偏微分方程的方法相比, 本文的算法非常鲁棒, 并且能修复较大的破损区域。

本文的其余章节安排如下: 第 2 节详细介绍基于径向基函数的图像 Inpainting 算法, 第 3 节给出实验结果, 最后给出本文工作的总结, 对将来工作的展望。

2. 基于径向基函数的图像 Inpainting

2.1 径向基函数 (RBF) 简介

给定三维空间中的数据点集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N \subset \mathbb{R}^3$ 以及它们对应的函数值集合 $\{f_i\}_{i=1}^N \subset \mathbb{R}$,

$\mathbf{x} = (x, y, z)$ 表示三维空间中的一个点, 要求插值隐函数映射 $s: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ 使得

$$s(\mathbf{x}_i) = f_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

我们希望得到光滑即能量尽量小 (曲面的褶皱程度反映了曲面的能量大小) 的插值曲面, 也就是使

$$E = \int_{\mathbb{R}^3} f_{xx}^2(\mathbf{x}) + f_{yy}^2(\mathbf{x}) + f_{zz}^2(\mathbf{x}) + 2f_{xy}^2(\mathbf{x}) + 2f_{yz}^2(\mathbf{x}) + 2f_{zx}^2(\mathbf{x}) \quad (2)$$

最小, 该能量泛函由二阶情况推广而来, 也可推广到高阶情况。可利用变分技术求解在 (1) 式约束条件下 (2) 式能量最小的问题, 其通解为[11]

$$s(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^N \lambda_i \phi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|) \quad (3)$$

其中 p 为低次多项式, λ_i 为组合系数, $|\cdot|$ 为欧几里德范数。常用的组合有 $\phi(x) = |x|$ 加一次多项式和 $\phi(x) = |x|^3$ 加二次多项式。由于涉及到能量泛函式 (2), 因此 $f \in \mathbf{BL}^{(2)}(\mathbb{R}^3)$

(Beppo-Levi 空间), 但式 (3) 的任意选择可能会导致 $f \notin \mathbf{BL}^{(2)}(\mathbb{R}^3)$, 故须加上正交条件:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{x}_i = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{y}_i = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{z}_i = 0 \quad (4),$$

为了取得最好的插值效果, 本文采用了 $\phi(x) = |x|$ 作为插值基函数。综合 (1)、(3)、(4) 式得到一个线性系统:

$$\begin{bmatrix} \phi(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1|) & \dots & \phi(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_N|) & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi(|\mathbf{x}_N - \mathbf{x}_1|) & \dots & \phi(|\mathbf{x}_N - \mathbf{x}_N|) & x_N & y_N & z_N & 1 \\ x_1 & \dots & x_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & \dots & y_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_1 & \dots & z_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_N \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

可简记为: $\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{P} \\ \mathbf{P}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$, 其中 $\mathbf{A}_{ji} = \phi(|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|)$, $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_N & y_N & z_N & 1 \end{bmatrix}$,

$p = c_1x + c_2y + c_3z + c_4$, 由于隐式曲面上的点函数值为零, 为了避免出现平凡解, 本文采取了沿点的法向偏移很小的距离 (本文取为 0.01) 作为函数值的方法, 虽然该系统一般情况下都是非正定的, 但 Micchelli[12]证明了它是可逆的, 解此线性系统可得径向基函数的组合系数和多项式系数的值。

2.2 高度场的构建

2.2.1 确定构建径向基函数的局部区域

通过 RBF 进行图像修补的主要思想就是通过破损区域邻近的点构建一张连续的隐函数曲面, 再重新采样获得破损区域的信息。如何选择邻近区域, 将直接影响到修补的速度和结果。一般而言, 较大的邻域所含构建隐函数的信息较多, 构造出来的隐函数能较好地修复破损区域, 然而较大的区域中用来构建 RBF 的点的数目较多, 计算速度较慢。此外, 如果用来构建 RBF 的邻域中含有和破损区域颜色差别较大的区块, 比如待修复的区域周围是红色, 而区域外扩时把邻近的蓝色也包含进来, 如图 2 所示, 对重构反而起到负作用。因此, 本文提出了一种基于曲率和颜色区域约束的边界外扩算法, 用户给出需要修复的区域后, 算法自动采用轮廓跟踪, 找到各个待修复区域的轮廓信息, 轮廓中的点沿区域方向逐步外扩。在外扩过程中, 受到颜色梯度信息的约束, 如果发现某部分外扩区域中的颜色沿轮廓法向方向变化较大时, 下一次外扩时该段轮廓不再改变。如图 2 中右边所示, 外扩时遇到与破损区域邻近的绿色颜色差别较大的蓝色块时停止外扩。同时我们还考虑沿轮廓切向方向颜色的梯度变化, 当沿切向方向颜色梯度变化也较大的时候, 也就是该点处于两种色块的交界处, 在该处, 需要继续外扩, 如图 2 中左边所示。

2.2.2 将图像转化为高度场

确定重建区域后就可以将图像转化为高度场, 算法将图像的颜色各分量按不同的通道分

别处理。图像中任意一点 $P(i, j)$ ，其颜色值为(RGB)，对于 R 通道，将该点在图像中的位置作为该点在三维空间中的 x, y 值，将该点颜色中 R 通道的值作为该点的高度 z ，这样，对于每个通道，都在空间张成一个高度场，如图 3 所示。这个过程是可逆的，同样在重采样的时候可以将高度值再转化为颜色值。

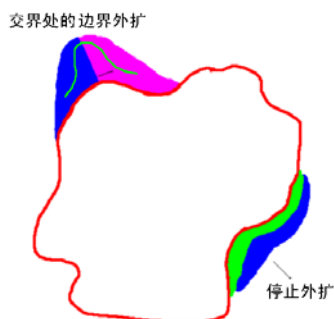


图 2: 基于临近颜色区域的外扩

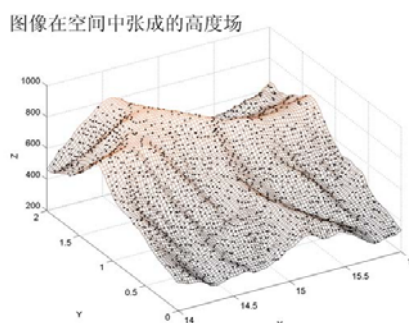


图 3: 图像的一个颜色通道在空间中张成的高度场

2.3 基于径向基函数的图像修复算法

2.3.1 顶点法向估计

从2.1可以看出插值点的法向准确度对重构出的连续隐式曲面有很大影响，本文采用了协方差矩阵分析方法来估计法向[13]。假设待求法向的采样点为 \mathbf{P} ，在点集中取距 \mathbf{P} 点最近的 k (本文取 $k=8$) 个点 $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_k$ 组成以 \mathbf{P} 点为中心的一个邻域，该邻域的协方差矩阵为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 - \bar{\mathbf{P}} \\ \dots \\ \mathbf{P}_k - \bar{\mathbf{P}} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 - \bar{\mathbf{P}} \\ \dots \\ \mathbf{P}_k - \bar{\mathbf{P}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\bar{\mathbf{P}}$ 为该邻域的质心， $\bar{\mathbf{P}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{P}_k$ 。早期的工作[14]已经表明邻域的协方差矩阵反映了

曲面的局部属性。由于矩阵 \mathbf{C} 为对称半正定阵，故其三个特征值 $\lambda_i (i=0,1,2)$ 为非负的实值，所对应的三个特征向量 $\mathbf{v}_i (i=0,1,2)$ 组成正交基。假设 $\lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$ ，Jolliffe [15]证明了平面 $(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{P}}) \cdot \mathbf{v}_0 = 0$ 使得该邻域的点到此平面的距离平方和为最小，由曲面切平面的定义可知 \mathbf{v}_0 逼近了 \mathbf{P} 点在曲面上的法向。

2.3.2 数值求解加速

径向基函数求解过程中的运算量随着插值点数目增加而快速增长，当所用插值邻域较大时，求解速度将会很慢，为此，我们通过将上节中的线性方程转化为正定矩阵，再用 Cholesky 分解法快速求解该线性方程组[16]。

定义：严格条件正定基函数，对 \mathbb{R}^n 空间中的点集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$ 和 \mathbb{R}^m 空间中所有满

足(2)中正交条件的向量 λ ($\lambda \neq 0$), 其中 \mathbf{X} 中无重点, 若对称函数 $\phi: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 使得二次型 $\lambda^T \mathbf{A} \lambda = \sum_{i,j=1}^m \lambda_i \lambda_j \phi(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 均为正值, 则称 ϕ 在 \mathbb{R}^n 中 k 阶条件正定(假设 p 为 $k-1$ 次多项式)。

加速算法如下所示:

选取严格条件正定基函数 ϕ , 使得矩阵 \mathbf{A} 为正定, 本文取正定基函数为 $\phi(x) = -|x|$ 。

假设存在 $\mathbf{N}^*(\mathbf{N}-4)$ 阶满秩矩阵 \mathbf{Q} 使得 $\mathbf{P}^T \mathbf{Q} = \mathbf{0}$, 则对任意满足 $\mathbf{P}^T \lambda = \mathbf{0}$ 的 λ 均可唯一表示为 $\lambda = \mathbf{Q} \gamma$, $\gamma \in \mathbb{R}^{\mathbf{N}-4}$, 这样系统就可改写为 $\mathbf{A} \mathbf{Q} \gamma + \mathbf{P} \mathbf{c} = \mathbf{d}$, 得到 $(\mathbf{Q}^T \mathbf{A} \mathbf{Q}) \gamma = \mathbf{Q}^T \mathbf{d}$, 易证 $\mathbf{Q}^T \mathbf{A} \mathbf{Q}$ 是严格正定的对称阵, 可利用Cholesky分解快速求解该正定系统, 再由 $\lambda = \mathbf{Q} \gamma$ 可解出 λ 。注意到该系统也可写为 $\mathbf{Q}^T (\mathbf{d} - \mathbf{A} \mathbf{Q} \gamma) = \mathbf{Q}^T (\mathbf{d} - \mathbf{A} \lambda) = \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{d} - \mathbf{A} \lambda$ 属于 \mathbf{P} 的列向量张成的空间, 故存在唯一的 \mathbf{c} 使得 $\mathbf{P} \mathbf{c} = \mathbf{d} - \mathbf{A} \lambda$, 选取尽量远且不共面的四点代入该方程, 可解出多项式 p 。关于 \mathbf{Q} 的一种选取为

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -p_1(\mathbf{x}_5) & -p_1(\mathbf{x}_6) & -p_1(\mathbf{x}_7) & \cdots & -p_1(\mathbf{x}_N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -p_4(\mathbf{x}_5) & -p_4(\mathbf{x}_6) & -p_4(\mathbf{x}_7) & \cdots & -p_4(\mathbf{x}_N) \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

易知 \mathbf{Q} 是满秩的且满足 $\mathbf{P}^T \mathbf{Q} = \mathbf{0}$, 其中 p_1, p_2, p_3, p_4 是一次多项式空间的一组拉格朗日基, 可由选取的不共面四点算得。

3. 实验结果

本文算法以VC++6.0为平台, 在PIII600GHz, 256MB内存的微机上实现。对于输入的破损图像, 由系统自动结合用户交互检测出需要修补的区域, 直接输出RBF方法恢复后的图像。本算法的处理时间由图像破损区域的大小决定, 因此为了加快处理速度, 对于破损区域特别大的情形, 算法采取了分块处理的方法。

图4、5、6均是采用基于曲率和颜色区域约束的边界外扩算法确定用于修补破损区域的邻域, 其中图4是图像色调均匀变化的情况, 仅外扩了掩模(Mask)轮廓的一到两个像素进行插值, 可以看出这种情况下即使对比较大的破损区域, RBF方法仍能取得很好的修复效果。图5、图6均从Bertalmio网站获得, 图5是影视特技制作的一个例子, RBF方法与Bertalmio方法的修复结果相差无几; 图6的掩模(Mask)区域相对较大且不规则, 也取得了较好的修复结果。

图 7 和图 8 分别是破损国画“荷花”和毛笔书法作品“僧归”及修复结果，对于这种原图与背景（底色）对比非常尖锐的情况，我们采取了两种处理方法，一是用户指定和程序自动检测相结合的方法确定掩模（mask）区域；另外一种是将底色过滤掉，因为此时背景色信息对原图像的恢复毫无意义。图 7 “荷花”的修补采取了第一种方法，可见对于颜色比较丰富且变化较快的花蕊破损部分，RBF 方法的恢复效果明显要优于 Oliveira 算法。图 8 “僧归”的修补我们采取了第二种方法，可以看出在很细小的比划（如归字的弯勾），RBF 方法能够保证它的连续性。这两个例子显示了 RBF 方法对于破损的古字画具有良好的修复能力。

图 9、10 和 11 中的图像均出现大面积破损，为了提高处理速度，我们采取了分治法，即将大区域的掩模（mask）分块进行处理，为了同时保证修复效果，可选择在颜色变化不大的地方（如图 9 中的灰色背景，图 10 中小孩旁边的深色区域，图 11 中林肯肖像的黄色背景）进行分块，这样可以在基本不影响修补效果的前提下大大提高处理速度。

当然，关于图像 Inpainting 的很重要的一个问题就是恢复图像的质量，有很多标准可以用来度量恢复后的误差。本文采用了图像处理技术中常用的均方误差（MSE）来度量，分红、绿、蓝三个通道分别计算了本文一些示例用 RBF 方法和 Oliveira 方法的恢复误差，具体数据见表 1，可见本文算法的修复质量无论破损区域大小都优于 Oliveira 方法。

表 1 修复图片的均方误差统计

图片名称	红色通道误差		绿色通道误差		蓝色通道误差		Mask 像素数
	本文方法	Oliveira 方法	本文方法	Oliveira 方法	本文方法	Oliveira 方法	
林肯	71.86	11338.54	70.09	8467.09	60.23	8467.09	13582
色调连续图	0.42	11956.06	0.41	11956.06	0.33	11956.06	16477
树林	113.93	428.84	88.30	391.87	77.05	317.18	2705
荷花	73.64	1681.24	60.22	1654.52	62.81	1516.03	4116
三个女孩	21.20	3242.74	21.20	3242.74	21.20	3242.74	13908
婴儿	93.05	646.29	93.96	609.62	97.17	527.11	21817

4. 总结和展望

图像修复是计算机图形学和计算机视觉中的一个研究热点。本文采用了一种新的思路，通过将图像上像素的颜色信息看作均匀采样的高度场，将二维图像修复问题转化为三维空间曲面重建和重采样问题，充分利用 RBF 函数曲面重建的优势来修复图像。实验结果证明本文的算法能稳定的处理多种破损区域。与基于微分方程的方法相比，本文的算法更加鲁棒；与基于滤波器的方法相比，本文中的算法能处理较大的破损区域。

将来的工作可以从以下几个方面考虑：1) 由于径向基函数方法需要求解高维的线性方程组，速度尚不够快，可以考虑采用多层插值的紧支撑基函数计算，以提高处理速度；2) 对不同类型的破损区域自适应地选用不同连续阶的基函数重建；3) 将该算法和纹理合成算法综合起来，以便处理更大的破损区域，修补或者去除图像中较大的物体。

5. 致谢

本文获得国家重点基础研究发展规划 973 项目(2002CB312101)和国家自然科学基金重点项目(60033010)的资助。感谢浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室于金辉研究员提供了古

字画样本。

参考文献

- [1] Bertalmio M., Sapiro G., Caselles V., and Ballester C., Image Inpainting, Computer Graphics, SIGGRAPH 2000, 417-422, July 2000.
- [2] Bertalmio M. Bertozzi A. L Sapiro. G. Navier-Stokes, Fluid Dynamics, and Image and Video Inpainting Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'01) - Volume 1 December 08 - 14, 2001 Kauai, Hawaii.
- [3] Gomes, J., Velho, L. Image processing for computer graphics (Springer-Verlag, 1997) .
- [4] Perona, P. Malik, J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. IEEE-PAMI 12, pp. 629-639, 1990.
- [5] Chan, T., Shen, J. Mathematical Models for Local Deterministic Inpaintings. UCLA CAM TR 00-11, March 2000.
- [6] Chan, T., Shen, J. Non-Texture Inpainting by Curvature-Driven Diffusions (CCD). UCLA CAM TR 00-35, Sept. 2000.
- [7] Oliveira M., Bowen B., McKenna R., and Chang Y-S., Fast Digital Image Inpainting, in Proceedings of the Visualization, Imaging, and Image Processing IASTED Conference, Marbella, Spain, 261-266, Sept. 2001.
- [8] Criminisi A., Pérez P. Toyama K. Object Removal by Exemplar-Based Inpainting 2003. Proc. of 2003 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 18-20 June 2003II-721- II-728 vol.2.
- [9] Carr, J. C., Beatson, R. K., Cherrie, J. B., Mitchell, T. J., Fright, W. R., Mccallum, B. C., and Evans, T. R. 2001. Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions. In Proceedings of ACM SIGGRAPH 2001, 67-76.
- [10] Carr, J. C., Fright W. R., and Beatson R. K., Surface interpolation with radial basis functions for medical imaging. IEEE Trans. Medical Imaging, 16(1):96- 107, February 1997.
- [11] Duchon J. Splines minimizing rotation-invariant semi-norms in Sobolev spaces. In W. Schempp and K. Zeller, editors, Constructive Theory of Functions of Several ariables, number 571 in Lecture Notes in Mathematics, pages 85-100, Berlin, 1977. Springer-Verlag.
- [12] Micchelli C.A., Interpolation of scattered data: Distance matrices and conditionally positive definite functions, Constr. Approx., 2 (1986), pp. 11-22.
- [13] Mark Pauly, Markus Gross, Leif Kobbelt. Efficient simplification of point-sampled surfaces. Proceedings of the conference on Visualization 2002, Pages: 163 - 170.
- [14] Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., McDonald, J., Stuetzle, W. Surface reconstruction from unorganized points. SIGGRAPH 92, 1992.
- [15] Jolliffe, I. Principle Component Analysis. Springer-Verlag, 1986.
- [16] Beatson R. K., Light W. A., and Billings S, Fast solution of the radial basis function interpolation equations: Domain decomposition methods. SIAM J. Sci. Comput., 22(5):1717-1740, 2000.

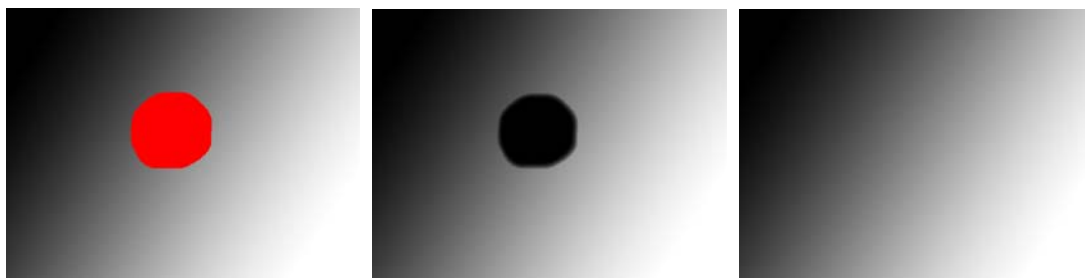


图 4: 色调连续图 颜色均匀变化的破损图片(左)、Oliveira 方法恢复结果(中)及本文算法恢复结果(右)

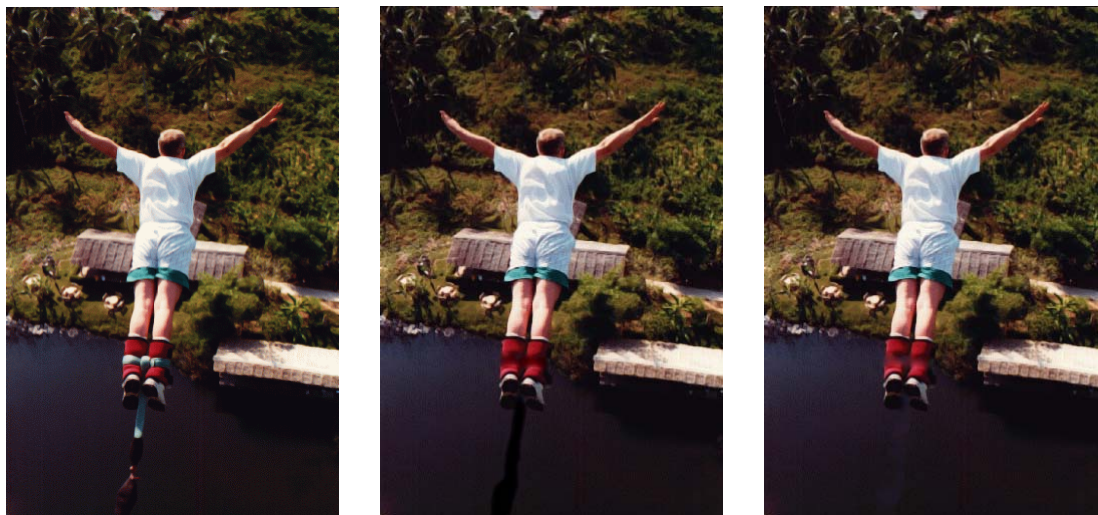


图 5: 跳水者 绑在腿上的绳索和下面的弹簧被当做 mask 剔除了, 产生“凌空飞翔”的特技效果, 原图(左)、Oliveira 方法恢复结果(中)及本文算法恢复结果(右)



图 6: 树林 一张颜色比较丰富且破损面积较大的图片(左)、Oliveira 方法恢复结果(中)及本文算法恢复结果(右)



图 7: 荷花 (左) 一幅多处破损的国画(左)、Oliveira 方法恢复结果(中)及本文算法恢复结果(右)



图 8: 僧归 多处笔画破损的古代毛笔书法作品 (左)、Oliveira 方法恢复结果 (中) 及本文算法恢复结果 (右)



图 9: 三个女孩 一张大面积破损区域的老照片 (左)、Oliveira 方法恢复结果 (中) 及本文算法恢复结果 (右)



图 10: 婴儿 一张基本没有高对比边且有多处破损的照片 (左)、Oliveira 方法恢复结果 (中) 及本文算法恢复结果 (右)

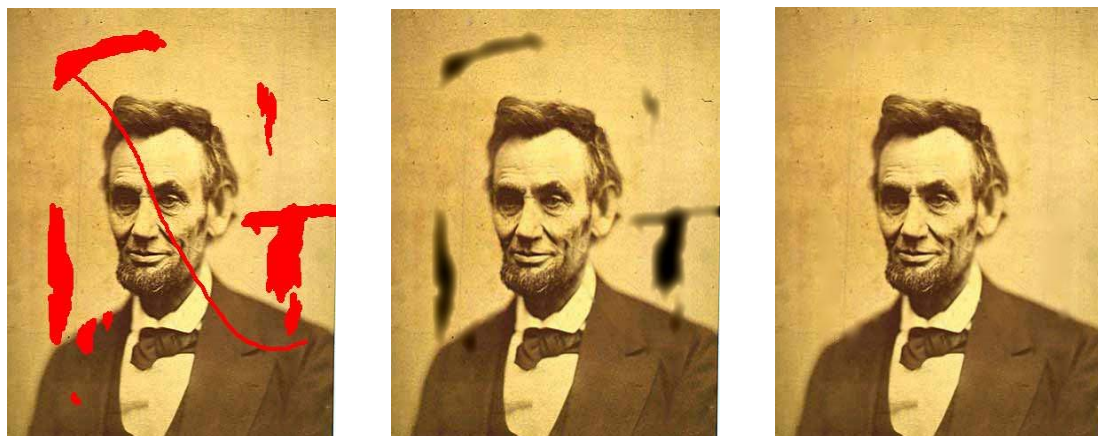


图 11: 林肯头像 大面积破损的林肯 (1865) 肖像照片 (左)、Oliveira 方法恢复结果 (中) 及文本算法恢复结果 (右)

Digital Image Inpainting with Radial Basis Functions[♦]

Zhou Tingfang^{1,2}, Tang Feng¹, Wang Jin¹, Wang Zhangye¹, and Peng Qunsheng^{1,2}

¹(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Zhejiang, Hangzhou 310027)

²(Department of mathematics, Zhejiang University, Zhejiang, Hangzhou 310027)

E-mail: {tjzhou; tang; jwang; zywang; peng}@cad.zju.edu.cn

Abstract: The goal of digital image inpainting is to restore damaged regions or remove objects in the image. This paper presents a novel image inpainting algorithm based on RBF (Radial Basis Functions). After the user selects the regions to be inpainted, the algorithm automatically detects contours of the mask and finds appropriate regions to construct the RBF. Color of the 2D image is treated as height field over a regularly sampled grid, the 2D image inpainting problem is naturally converted to 3D implicit surface reconstruction problem, which RBF has been proved to be a good solver. With RBF resampling, the algorithm can nicely fix the damaged image or remove specific objects. Experiments show that our algorithm can fix a large variety of images effectively and robustly.

Key Words: Image Inpainting, Radial Basis Functions, Image Reconstruction

[♦] Received April 5, 2004.

Supported by 973 program of China under Grant No. 2002CB312101 and Key project supported by National Natural Science Foundation of China under Grant No. 60033010.